

# Mathematisch-naturwissenschaftliches Symposium

## Zahlen – Eigenschaften & Algorithmen

Matthias Richter  
für die Klassenstufen 7

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1	Zahlentrick I . . . . .	3
1.1.1	Phänomen . . . . .	3
1.1.2	Implementation . . . . .	3
1.1.3	Begründung . . . . .	3
1.1.4	Aufgaben . . . . .	4
1.1.5	Literatur . . . . .	4
1.2	Zahlentrick II . . . . .	4
1.2.1	Phänomen . . . . .	4
1.2.2	Implementation . . . . .	5
1.2.3	Aufgaben . . . . .	6
1.2.4	Literatur . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Summe der ersten n Zahlen</b>	<b>7</b>
2.1	Anekdote . . . . .	7
2.2	Methode von Gauß . . . . .	7
2.3	Implementation . . . . .	7
2.4	Verallgemeinerung . . . . .	8
2.5	Literatur . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Multiplikation der Ägypter</b>	<b>9</b>
3.1	Verfahren . . . . .	9
3.2	Implementation . . . . .	9
3.3	Aufgaben . . . . .	10
3.4	Literatur . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Teilbarkeitsbetrachtungen</b>	<b>11</b>
4.1	Quersummenregeln . . . . .	11
4.2	Endstellenregeln . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Primzahlen</b>	<b>12</b>
5.1	Definition . . . . .	12
5.2	Primfaktorenzerlegung . . . . .	12
5.3	Sieb des Eratosthenes . . . . .	13
5.3.1	Verfahren . . . . .	13
5.3.2	Implementation . . . . .	14

5.3.3	Aufgaben	15
5.4	Primzahltest durch Probedivision	15
5.5	Wie viele Primzahlen gibt es?	15
5.6	Primzahlverteilung	16
5.7	Literatur	16
<b>6</b>	<b>Prüfzifferberechnung</b>	<b>17</b>
6.1	Motivation	17
6.2	ISBN10	17
6.3	EAN-Code (ISBN13)	18
6.4	Luhn-Verfahren	19
6.5	Literatur	21
<b>7</b>	<b>Perfekte Zahlen</b>	<b>22</b>
7.1	Begriff und Beispiele	22
7.2	Implementation	22
<b>8</b>	<b>Berechnung des Wochentages aus einem Datum</b>	<b>24</b>
8.1	Verfahren	24
8.2	Implementation	25
8.3	Aufgaben	26
8.4	Literatur	26
<b>9</b>	<b>96-Problem</b>	<b>27</b>
9.1	Spiegelzahl-Palindrom	27
9.2	Implementation	27
9.3	Lychrel-Zahlen	28
9.4	Aufgaben	28
<b>10</b>	<b>Radizieren</b>	<b>29</b>
10.1	Wurzelziehen der Babylonier	29
10.2	Heron-Verfahren	29
10.3	Intervallschachtelung	31
<b>11</b>	<b>Collatz-Vermutung</b>	<b>32</b>
11.1	Verfahren	32
11.2	Implementation	32
11.3	Literatur	32
<b>12</b>	<b>Fibonacci-Zahlen</b>	<b>33</b>
<b>13</b>	<b>Berechnung des größten gemeinsamen Teilers</b>	<b>35</b>
13.1	Teilmengen	35
13.2	Primzahlenzerlegung	35
13.3	Euklidischer Algorithmus	37
13.4	Zusammenhang zum kleinsten gemeinsamen Vielfachen	39
13.5	Aufgaben zur Berechnung des ggT und kgV	40
13.6	Milchkannenproblem	41
13.7	Literatur	42
<b>A</b>	<b>Weitere Aufgaben für Leistungskontrollen</b>	<b>44</b>
<b>B</b>	<b>Lösungsvorschläge der Aufgaben</b>	<b>47</b>
	<b>Literatur</b>	<b>57</b>

## Literatur

- [Acheson 2006] ACHESON, David: *1089 oder das Wunder der Zahlen. Eine Reise in die Welt der Mathematik*. Anaconda, 2006
- [Alten u. a. 2003] ALTEN, Heinz W. ; NAINI, A. D. ; WUSSING, Hans ; SCHLOSSER, Hartmut ; SCHLOTE, Karl-Heinz ; FOLKERTS, Menso: *4000 Jahre Algebra: Geschichte. Kulturen. Menschen*. 1., Aufl. 2003. 2., korr. Nachdruck. Springer, Berlin, 2003
- [Bartholomé u. a. 2008] BARTHOLOMÉ, Andreas ; RUNG, Josef ; KERN, Hans: *Zahlentheorie für Einsteiger: Eine Einführung für Schüler, Lehrer, Studierende und andere Interessierte*. 6., überarb. u. erweit. Aufl. Vieweg, 2008
- [Behrends 2006] BEHREND, Ehrhard: *Fünf Minuten Mathematik. 100 Beiträge der Mathematik-Kolumne der Zeitung DIE WELT*. Vieweg+Teubner, 2006
- [Benjamin u. Shermer 2007] BENJAMIN, Arthur ; SHERMER, Michael: *Mathe-Magie: Verblüffende Tricks für blitzschnelles Kopfrechnen und ein phänomenales Zahlengedächtnis*. Heyne, 2007
- [Beutelspacher 2008] BEUTELSPACHER, Albrecht: *Einmal sechs Richtige und andere Mathe-Wunder*. 3. Piper, 2008
- [Beutelspacher 2009] BEUTELSPACHER, Albrecht: *Alles ist Zahl: Mit Motiven von Eugen Jost*. Kölner Universitäts-Verlag, 2009
- [Beutelspacher u. a. 2005] BEUTELSPACHER, Albrecht ; SCHWARZPAUL, Thomas ; NEUMANN, Heike B.: *Kryptografie in Theorie und Praxis*. Vieweg+Teubner, 2005
- [Buchmann 2008] BUCHMANN, Johannes: *Einführung in die Kryptographie (Springer-Lehrbuch) (German Edition)*. Springer, 2008
- [Enzensberger 1999] ENZENSBERGER, Hans M.: *Der Zahlenteufel: Ein Kopfkissenbuch für alle, die Angst vor der Mathematik haben*. Deutscher Taschenbuch Verlag, 1999
- [Mania 2008] MANIA, Hubert: *Gauß. Eine Biographie*. 3. Rowohlt Verlag GmbH, 2008
- [Möhring u. Oellrich 2008] MÖHRING, Rolf ; OELLRICH, Martin: *Das Sieb des Erathostenes. Wie schnell kann man eine Primzahlentabelle berechnen?* In: *Taschenbuch der Algorithmen*. Hemlut Alt et al, 2008, S. 127–168
- [Paenza 2008] PAENZA, Adrian: *Mathematik durch die Hintertür*. Heyne, 2008
- [Ribenoim 2006] RIBENBOIM, Paulo: *Die Welt der Primzahlen: Glanzlichter der Zahlentheorie (Springer-Lehrbuch) (German Edition)*. Springer, 2006
- [Richter 2010] RICHTER, Matthias: *Teilbarkeit und größter gemeinsamen Teiler*. 2010. – Skriptum zur Behandlung der Zahlentheorie mit Python
- [Richter 2015a] RICHTER, Matthias: *Arbeitsbuch Informatik. Klassenstufe 7*. 3. erw. Aufl. Eigenverlag, 2015
- [Richter 2015b] RICHTER, Matthias: *Arbeitsbuch Informatik. Klassenstufe 8*. 5. erw. Aufl. Eigenverlag, 2015
- [Sauty 2006] SAUTOY, Marcus d.: *Die Musik der Primzahlen*. DTV Deutscher Taschenbuch, 2006
- [Scheid 2003] SCHEID, Harald: *Zahlentheorie*. 2. Spektrum Akademischer Verlag, 2003
- [Stewart 2011] STEWART, Ian: *Professor Stewarts mathematisches Sammelsurium*. rororo, 2011
- [Szpiro 2008] SZPIRO, George G.: *Mathematik für Sonntagmorgen: 50 Geschichten aus Mathematik und Wissenschaft*. 4. Piper Taschenbuch, 2008
- [Wußing 2008a] WUSSING, Hans: *6000 Jahre Mathematik: Eine kulturgeschichtliche Zeitreise. 1 Von den Anfängen bis Leibniz und Newton*. 1. Springer, Berlin, 2008

[Wußing 2008b] WUSSING, Hans: *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*. Nachdruck der 2., überarbeiteten Auflage. Deutsch (Harri), 2008

[Wußing 2011] WUSSING, Hans: *Carl Friedrich Gauß: Biographie und Dokumente*. 6., bearb. u. erw. Auflage. Books on Demand, 2011